

Tablični prikaz i osnovni statistički koncepti

GeoGebra – priručnik za radionicu
(Šime Šuljić, Ela Rac-Marinić-Kragić, Željka Bjelanović Dijanić)

Judith i Markus Hohenwarter
www.geogebra.org

Hrvatski prijevod
Josip Kličinović
www.normala.hr

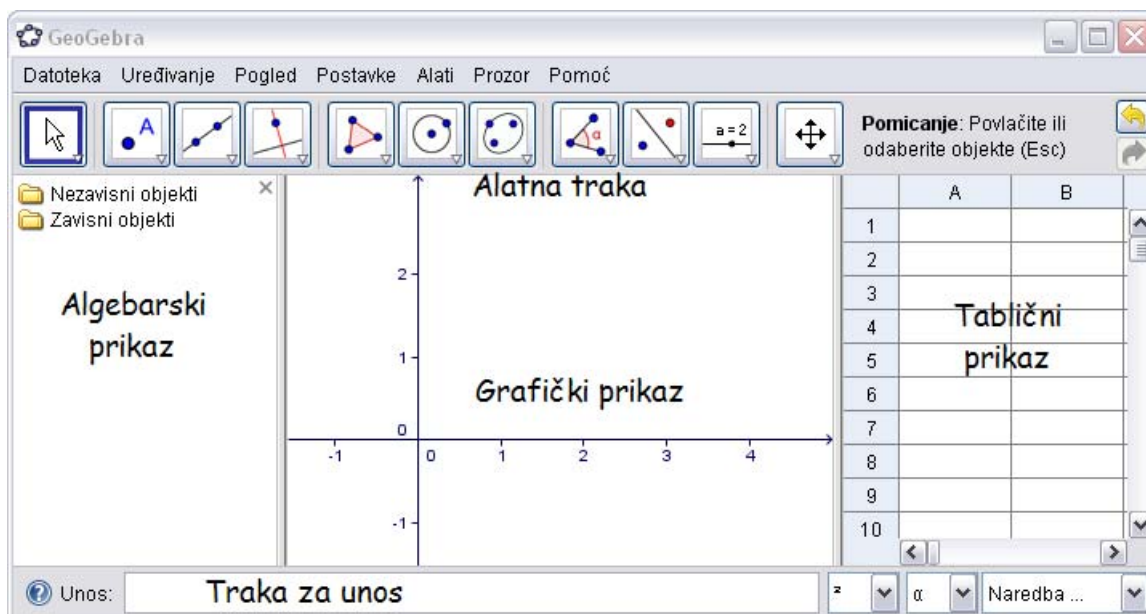
Sadržaj

1.	Uvod u tablični prikaz	2
2.	Izbornik Zabilježi u tablicu	4
3.	Relativno kopiranje i linearne jednadžbe	7
4.	Istraživanje brojevnih obrazaca	9
5.	Raspršeni graf i pravac regresije	13
6.	Izazov: istraživanje osnovnih statističkih naredbi	14
7.	Moćna naredba <i>Niz</i>	17



1. Uvod u tablični prikaz

GeoGebra ima tri različita načina promatranja matematičkih objekata: *grafički prikaz*, *algebarski prikaz* i *tablični prikaz*. Oni omogućavaju predstavljanje matematičkih objekata na tri različita načina: grafički (npr. točka, graf funkcije), algebarski (npr. koordinate točke, jednažba) ili u ćelijama tabličnog prikaza. Svi prikazi jednog objekta su dinamički povezani i automatski će se promijeniti ako promijenite bilo koji prikaz, bez obzira na koji je način objekt izvorno kreiran.



Geometrijske konstrukcije

Koristeći **alate za konstrukciju** koji su dostupni u *alatnoj traci* mišem možete izvoditi geometrijske konstrukcije u *grafičkom prikazu*. Odaberite bilo koji alat za konstrukciju iz alatne trake i pročitajte **pomoć alatne trake** (nalazi se pored alatne trake) kako biste saznali kako se koristi odabrani alat. Bilo koji objekt kreiran u grafičkom prikazu ima svoju reprezentaciju u algebarskom prikazu.

Primijetite da možete **pomicati objekt u grafičkom prikazu** povlačeći ga mišem. Istodobno se njegov algebarski prikaz dinamički mijenja u *algebarskom prikazu*.

Svaka ikona u alatnoj traci predstavlja **alatni okvir** koji sadrži slične alate za konstrukciju. Kako biste otvorili alatni okvir, kliknite mišem na malu strelicu u donjem desnom kutu ikone na alatnoj traci.

Savjet: Alati za konstrukciju su organizirani prema prirodi rezultirajućeg objekta. Naći ćete alate za konstruiranje različitih vrsta točaka u alatnom okviru *Točka* (početna ikona \bullet^A) i alate koji omogućavaju različite geometrijske transformacije u alatnom okviru *Transformacije* (početna ikona \bullet^{\setminus}).



Algebarski unos i naredbe

Koristeći *traku za unos* možete **izravno unijeti algebarski izraz** u GeoGebra. Kad pritisnete tipku *Enter* vaš se algebarski unos pojavljuje u *algebarskom prikazu*, dok se grafički prikaz automatski prikaže u *grafičkom prikazu*. Na primjer, unos $f(x) = x^2$ će napisati funkciju f u *algebarskom prikazu* i prikazati graf te funkcije u *grafičkom prikazu*.

U *algebarskom prikazu* matematički su objekti organizirani kao **nezavisni** i **zavisni objekti**. Ukoliko kreirate neki novi objekt ne koristeći neki od postojećih objekata, on se klasificira kao nezavisni objekt. Ako je novi objekt kreiran koristeći već postojeći objekt, on se klasificira kao zavisni objekt.

Savjet: Želite li sakriti algebarski prikaz objekta u *algebarskom prikazu*, možete objekt označiti kao **pomoćni objekt**: desni klik (MacOS: *Ctrl+klik*) na odgovarajući objekt u *algebarskom prikazu* te odaberite *Svojstva* iz skočnog izbornika. Na kartici *Osnovno* uključite *Pomoćni objekt*. Obično pomoćni objekti nisu prikazani u *algebarskom prikazu*, ali to se može promijeniti odabirući opciju *Pomoćni objekti* iz izbornika *Pogled*.

Primijetite da je također moguće promijeniti objekt u *algebarskom prikazu*: pazite da je odabran alat *Pomicanje* prije nego što dvaput kliknete na nezavisni objekt u *algebarskom prikazu*. U okviru za unos koji se pojavio možete direktno promijeniti algebarski prikaz objekta. Kad pritisnete tipku *Enter*, grafički prikaz objekta će se automatski promijeniti.

Ukoliko kliknete dvaput na zavisni objekt u *algebarskom prikazu* pojavit će se dijaloški okvir koji omogućava redefiniranje objekta.

GeoGebra nudi široki popis [naredbi](#) koje se mogu unijeti u *traku za unos*. Možete otvoriti popis naredbi u desnom kutu *trake za unos* tako što kliknete na padajući izbornik *Naredbe*. Nakon što odaberete naredbu iz popisa (ili upišete naredbu izravno u *traku za unos*) možete pritisnuti F1 kako biste dobili informaciju o načinu uporabe naredbe (sintaksa i argumenti naredbe).

Prilagodba korisničkog sučelja i alatne trake

Korisničko sučelje GeoGebre se može prilagoditi koristeći izbornik *Pogled*. Tako možete sakriti različite dijelove sučelja (npr *algebarski prikaz*, *tablični prikaz* ili *traku za unos*) birajući odgovarajuće stavke iz izbornika *Pogled*.

Napomena: Koristeći izbornik *Pogled* možete prikazati ili sakriti koordinatne osi i koordinatnu mrežu u *grafičkom prikazu*.

Alatna traka se može prilagoditi odabirući opciju *Prilagodba alatne trake...* iz izbornika *Alati*. Odaberite alat koji želite ukloniti iz GeoGebre alatne trake s liste na lijevoj strani dijaloškog okvira i kliknite na gumb *Ukloni* \rightarrow . Možete vratiti izvorno stanje alatne trake klikom na gumb *Vrati izvornu alatnu traku* u donjem lijevom kutu dijaloškog okvira.



Unos u ćelije tabličnog prikaza

U GeoGebri svaka ćelija *tabličnog prikaza* ima **specifični naziv** čime je omogućeno izravno adresiranje svake ćelije. Na primjer, ćelija u stupcu *A* i redu *1* se zove ćelija *A1*.

Napomena: Naziv ćelije se može upotrijebiti u izrazima i naredbama kako bi se adresirao sadržaj pripadajuće ćelije.

U ćelije možete **unijeti** ne samo brojeve, već **sve tipove matematičkih objekata** (na primjer, koordinate točaka, funkcije, naredbe). Ako je moguće, GeoGebra će odmah po unosu objekta prikazati grafički prikaz tog objekta. Takvim unosom naziv objekta će odgovarati nazivu ćelije u kojoj je objekt izvorno kreiran (na primjer *A5*, *C1*).

Napomena: Prema početnim postavkama objekti u ćelijama klasificiraju se kao *pomoćni objekti* u *algebarskom prikazu*. Možete prikazati ili sakriti *pomoćne objekte* odabirući opciju *Pomoćni objekti* iz izbornika *Pogled*.

2. Izbornik Zabilježi u tablicu








Priprema

- Otvorite novi GeoGebrin dokument
- Prikaži *Tablični prikaz* (izbornik *Pogled*)
- Sakrij *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)

	A	B
1	-5	-10
2	-4	-8
3	-3	-6
4	-2	-4
5	-1	-2
6	0	0
7	1	2
8	2	4
9	3	6



Upute

1		Kreirajte klizač sa početno postavljenim intervalom i korakom povećanja 1. <u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Klizač</i> i kliknite na grafički prikaz da biste odredili poziciju klizača. U dijaloškom okviru koji se otvorio promijenite korak povećanja na 1 i kliknite na gumb <i>Primijeni</i> .
2	$A = (a, 2a)$	Kreirajte točku <i>A</i> tako što ćete u <i>Traku za unos</i> unijeti $A = (a, 2a)$. <u>Napomena:</u> Vrijednost klizača <i>a</i> određuje x-koordinatu točke <i>A</i> dok je y-koordinata višekratnik ove vrijednosti.
3	$A A$	Pokažite oznaku točke <i>A</i> u grafičkom prikazu (desni klik na točku <i>A</i> pa <i>Pokaži oznaku</i>)
4		Promijenite vrijednost klizača <i>a</i> kako biste vidjeli različite položaje točke <i>A</i> .
5		Upotrijebite alate <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> , kao i <i>Povećanje</i> ili <i>Smanjenje</i> kako biste prilagodili vidljivi dio <i>grafičkog prikaza</i> i time točku <i>A</i> mogli vidjeti u svim položajima.
6		Uključite trag točke <i>A</i> . <u>Savjet:</u> Desni klik (<i>MacOS: Ctrl-klik</i>) na točku <i>A</i> i odaberite <i>Uključi trag</i> iz skočnog izbornika.
7		Mijenjajte vrijednost klizača <i>a</i> kako biste vidjeli trag koji točka <i>A</i> ostavlja za svaku vrijednost klizača.
8		Postavite vrijednost klizača <i>a</i> na -5.
9		Zabilježite u tablicu koordinate za različite položaje točke <i>A</i> : (1) Odaberite alat <i>Zabilježi u tablicu</i> . Zatim kliknite na točku <i>A</i> kako biste je odabrali. <u>Napomena:</u> Koordinate trenutnog položaja točke <i>A</i> se odmah unose u ćelije <i>A1</i> (x-koordinata) i <i>B1</i> (y-koordinata). (2) Sada promijenite vrijednost klizača <i>a</i> kako biste zabilježili u tablicu sve moguće položaje točke <i>A</i> . <u>Napomena:</u> Nemojte odabrati neki drugi alat prije mijenjanja vrijednosti klizača.

Varijanta: Unesite u traku za unos naredbu ***Niz[(i,2i),i,-5,5]***



Dodatni zadaci

Zadatak 1. Ispitivanje uzorka y vrijednosti u stupcu B

Možete dati konstrukciju vašim učenicima kako bi oni ispitali uzorak u stupcu B , koji je kreiran od y -koordinata i različitih položaja točke A . Ohrabrite vaše učenike da predvide graf funkcije koja prolazi kroz sve položaje točke A . Neka vaši učenici upišu odgovarajuću funkciju u *Traku za unos* kako bi provjerili je li funkcija koju su predvidjeli ispravna (npr. učenici unose $f(x) = 2x$ kako bi kreirali pravac kroz sve točke).

Zadatak 2: Kreirajte novi problem

Promijenite y koordinatu točke A kako biste kreirali novi problem:

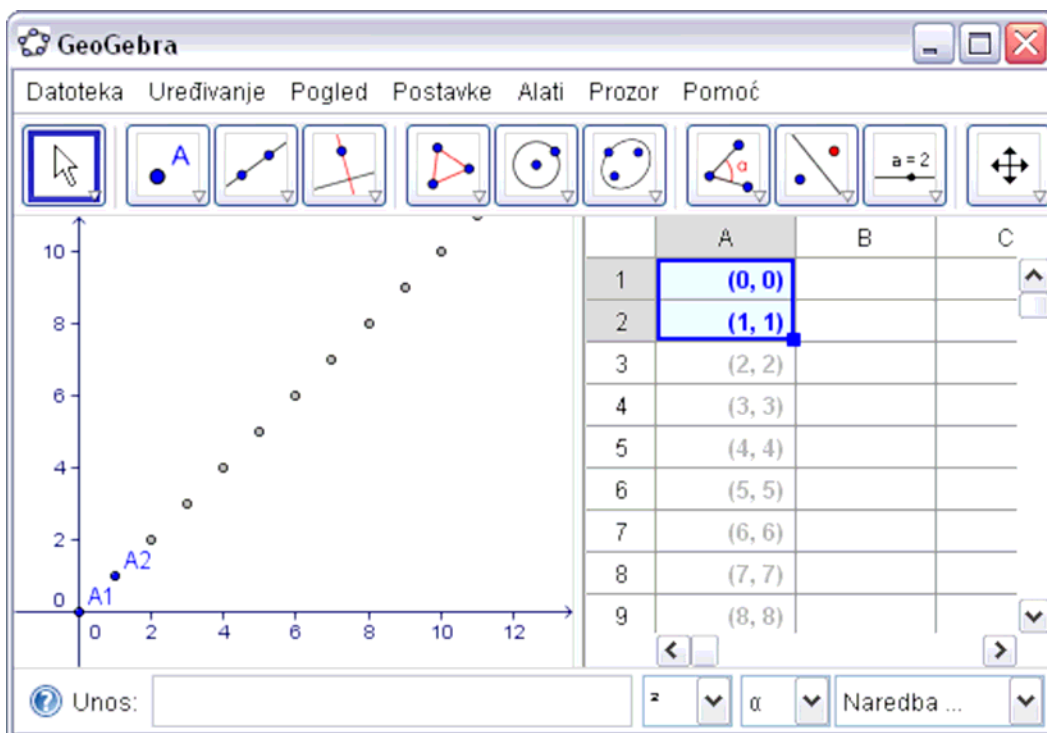
- Desni klik (MacOS: *Ctrl*-klik) na točku A i odaberite *Svojstva...* iz skočnog izbornika
- U kartici *Osnovno* možete promijeniti ordinatu točke A u polju *Definicija* u , na primjer, a^2 .
- Koristeći druge kartice dijaloškog okvira *Svojstva* promijenite boju (kartica *Boja*) ili veličinu (kartica *Stil*) točke A
- Zatvorite dijaloški okvir *Svojstva* kada završite sa željenim promjenama
- Ponovite korake 7-9 iz Uputa iznad kako biste u tablicu zabilježili koordinate novih položaja točke A
- Napomena: Ukoliko ne izbrišete stare vrijednosti iz stupaca A i B , GeoGebra će automatski upotrijebiti iduća dva prazna stupca (na primjer, stupce C i D) kako bi zabilježila nove vrijednosti x - i y -koordinata.



3. Relativno kopiranje i linearne jednadžbe

Priprema

- Otvorite novi GeoGebra dokument
- Prikaži *Tablični prikaz* (izbornik *Pogled*)
- Sakrij *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)



Upute

1		Koristeći alat <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> pomaknite ishodište koordinatnog sustava u donji lijevi kut <i>grafičkog prikaza</i> .
2	(0, 0)	U <i>tabličnom prikazu</i> kliknite na ćeliju A1 i unesite koordinate (0, 0).
3	(1, 1)	U <i>tabličnom prikazu</i> kliknite na ćeliju A2 i unesite koordinate (1, 1).
4	A A	Pokažite oznaku objema točkama u <i>grafičkom prikazu</i> .
5		Relativno kopirajte unijete koordinate točaka u ostale ćelije stupca A: (1) Obilježite ćelije A1 i A2 koristeći miša (2) Kliknite na mali kvadrat u donjem desnom kutu označenih ćelija (3) Pritisnite i držite lijevi gumb miša i vucite do ćelije A11.



6



Upotrijebite alate *Pomicanje grafičkog prikaza*, kao i *Povećanje* ili *Smanjenje* kako biste prilagodili vidljivi dio *grafičkog prikaza* i time mogli vidjeti sve točke

Dodatni zadaci

Zadatak 1: Ispitajte koordinate niza točaka

Koji niz brojeva je kreiran kada ste primijenili relativno kopiranje u GeoGebra u tabličnom prikazu na način prikazan iznad?

Savjet: Ispitajte x-koordinate svih kreiranih točaka i zaključite u kakvom su odnosu. Zatim taj zaključak provjerite pomoću y-koordinata točaka.

Zadatak 2: Nađite odgovarajući funkciju

Predvidite funkciju koja bi kreirala graf koji prolazi kroz sve točke niza. Unesite funkciju u *Traku za unos* kako biste provjerili jeste li dobro predvidjeli.

Zadatak 3: Kreirajte novi problem

Promijenite koordinate početne točke kako biste kreirali novi niz točaka koji bi ispitivali vaši učenici.

Varijanta 1: Promijenite početnu točku u *tabličnom prikazu*.

Dvaput kliknite na ćeliju *A2* i promijenite koordinate u $(1, 2)$. Nakon što stisnete *Enter*, sve točke koje su ovisile o točki *A2* će se automatski promijeniti, i u *tabličnom prikazu* i u *grafičkom prikazu*.

Varijanta 2: Promijenite položaj početne točke u *grafičkom prikazu*

Aktivirajte alat *Pomicanje* i pomaknite točki *A2* u drugačiji položaj koordinatnog sustava. Istodobno će se sve točke koje su ovisile o toj točki dinamički prilagoditi toj promjeni, i u *grafičkom prikazu* i u *tabličnom prikazu*.

Napomena: Kako biste ograničili koordinate točaka samo na cijele brojeve, možete promijeniti postavku 'Vezivanje točaka na mrežu' u izborniku Postavke u 'uključeno (Koordinatna mreža)'. Možete prikazati koordinatnu mrežu odabirući postavku 'Koordinatna mreža' u izborniku *Pogled*.

Savjet: Mijenjajući koordinate i točke *A1* možete kreirati problem koji rezultira linearnom funkcijom tipa $y = kx + l$ koja ne prolazi ishodištem koordinatnog sustava.



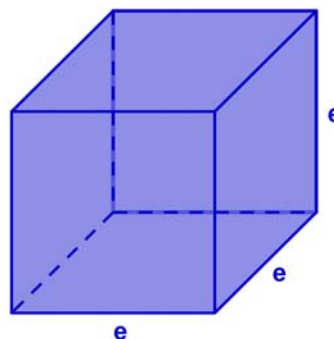
4. Istraživanje brojevni obrazaca

Istražimo kako se oplošje kocke mijenja u ovisnosti o duljini brida.

Priprema sa papirom i olovkom

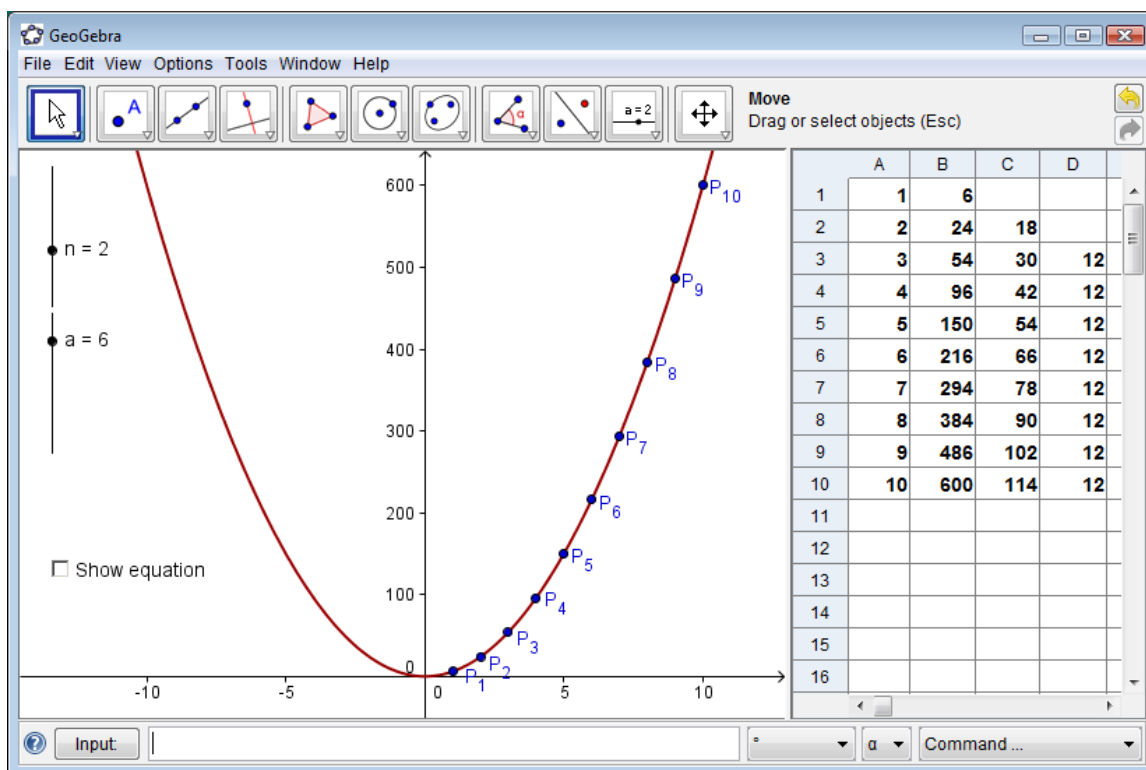
Zajedno sa svojim susjedom izračunajte oplošje kocke za danu duljinu brida.

Brid	Oplošje	Brid	Oplošje
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	



Priprema


- Otvorite novi GeoGebra dokument
- Prikaži *Tablični prikaz* (izbornik *Pogled*)
- Sakrij *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)
- U izborniku *Postavke* postavite *Obilježavanje samo novih točaka*





Upute

Kreirajte raspršeni graf iz vaših podataka

1	Unesite sljedeće brojeve u ćelije tablice u stupcu A: A1: 1 A2: 2
2	Označite ćelije A1 i A2. Relativno kopirajte vrijednosti do ćelije A10 kako biste kreirali niz različitih duljina bridova. <u>Napomena:</u> Ovako kreirate niz prirodnih brojeva od 1 do 10.
3	U stupac B unesite vrijednosti oplošja izračunate ranije u ovisnosti o duljini brida.
4	Kreirajte raspršeni graf iz vaših podataka: (1) Koristeći miša označite sve ćelije stupaca A i u B koje sadrže brojeve. (2) Desni klik (MacOS: <i>Ctrl</i> -klik) na jednu od označenih ćelija i odaberite <i>Izradi listu točaka</i> iz skočnog izbornika <u>Napomena:</u> Vrijednost iz stupca A određuje x-koordinatu, a vrijednost iz stupca B y-koordinatu točke. <u>Napomena:</u> Točke kreirane iz danih podataka prikazane su u algebarskom prikazu kao lista točaka. Po početnoj postavci, GeoGebra ovaj niz imenuje <i>lista1</i> .
5	 Možete koristiti alat <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> kako biste promijenili razmjer y-osi i time mogli vidjeti sve točke u <i>grafičkom prikazu</i> . <u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> . Kliknite na y-os i povucite je prema dolje kako biste oznake na osi do 600.

Istražite brojevni obrazac u stupcu B

7	U ćeliju C2 upišite formulu $=B2-B1$ kako biste izračunali razliku dva uzastopna oplošja. <u>Savjet:</u> Nakon unosa znaka =, možete kliknuti na ćeliju B2 kako biste unijeli njen naziv u trenutno aktivnu ćeliju (C2).
8	Označite ćeliju C2 i relativno kopirajte formula do ćelije C10.
9	U ćeliju D3 upišite formulu $=C3-C2$ kako biste izračunali razliku dviju uzastopnih razlika.
10	Označite ćeliju D3 i relativno kopirajte formula do ćelije D10.




Varijanta: Unesite u traku za unos naredbu **$Niz[(i,6i^2),i,1,10]$** . Koja je razlika između naredbe **Niz** odnosno unosa u ćelije tablice?

**Zadatak 1.**



Istražite niz brojeva u stupcima C i D . Izvedite pretpostavku o polinomnoj funkciji koja prolazi kroz sve točke ucrtane u *grafičkom prikazu* i omogućava vam da izračunate oplošje kocke za bilo koju danu duljinu brida.

- Je li moguće odrediti stupanj ovog polinoma istražujući niz razlika generiranog u stupcima C i D ?
- Objasnite svom susjedu zašto smo računali razliku susjednih vrijednosti i što one zapravo znače.
- Je li moguće odrediti koeficijent polinoma istražujući niz razlika generiranog u stupcima C i D ?
- Je li točno da vrijednosti u stupcu A nisu uzastopni brojevi (npr, 1, 3, 5,...)?
Objasnite svoj odgovor!

Provjerite svoju pretpostavku o polinomu

11		Kreirajte klizač n sa intervalom 0 do 5 i korakom povećanja 1. Na kartici 'Klizač' promijenite orijentaciju klizača iz 'horizontalan' u 'vertikaln'.
12		Kreirajte klizač a sa intervalom -10 do 10 i korakom povećanja 1. Na kartici 'Klizač' promijenite orijentaciju klizača iz 'horizontalan' u 'vertikaln'.
13		U traci za unos unesite polinom $f(x) = a * x^n$ kako biste stvorili polinom stupnja n i koeficijenta a . <u>Napomena:</u> Vrijednost stupnja n i vrijednost koeficijenta a se može promijeniti koristeći odgovarajući klizač.
14		Mijenjajte vrijednosti klizača a i n kako biste potvrdili svoju pretpostavku. Prolazi li graf ovog polinoma kroz sve točke u <i>grafičkom prikazu</i> ?

Poboljšajte svoju konstrukciju

15		Unesite jednadžbu polinoma kao dinamički tekst u <i>grafičkom prikazu</i> . <u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Umetanje teksta</i> i kliknite na grafički prikaz kako biste otvorili dijaloški okvir <i>Tekst</i> . (1) Unesite $f(x) =$ u dijaloški okvir. (2) Kliknite na graf polinoma kako biste unijeli njegov naziv u dijaloški okvir. <u>Napomena:</u> GeoGebra će automatski unijeti sintaksu potrebnu za dinamički tekst. (3) Kliknite na gumb <i>U redu</i> .
16		Stvorite kontrolni okvir kako biste prikazali/sakrili jednadžbu polinoma. <u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Kontrolni prikaz za prikaz i skrivanje objekata</i> i kliknite na <i>grafički prikaz</i> kako biste otvorili dijaloški okvir za taj alat. (1) Unesite natpis <i>Prikaži jednadžbu</i> . (2) Kliknite na mali strelicu kako biste otvorili popis svih raspoloživih objekata. (3) Odaberite <i>tekst1</i> sa popisa i kliknite na gumb 'Primijeni'.



17		Odaberite alat <i>Pomicanje</i> i iskušajte da li kontrolni okvir kontrolira vidljivost teksta.
18		Otvorite dijaloški okvir <i>Postavke</i> i promijenite izgled objekata u <i>grafičkom prikazu</i> (na primjer, promijenite boju polinoma i točaka, uskladite boju teksta sa bojom polinoma, fiksirajte položaj klizača, kontrolnog okvira i tekst u <i>grafičkom prikazu</i>).

Zadatak 2.

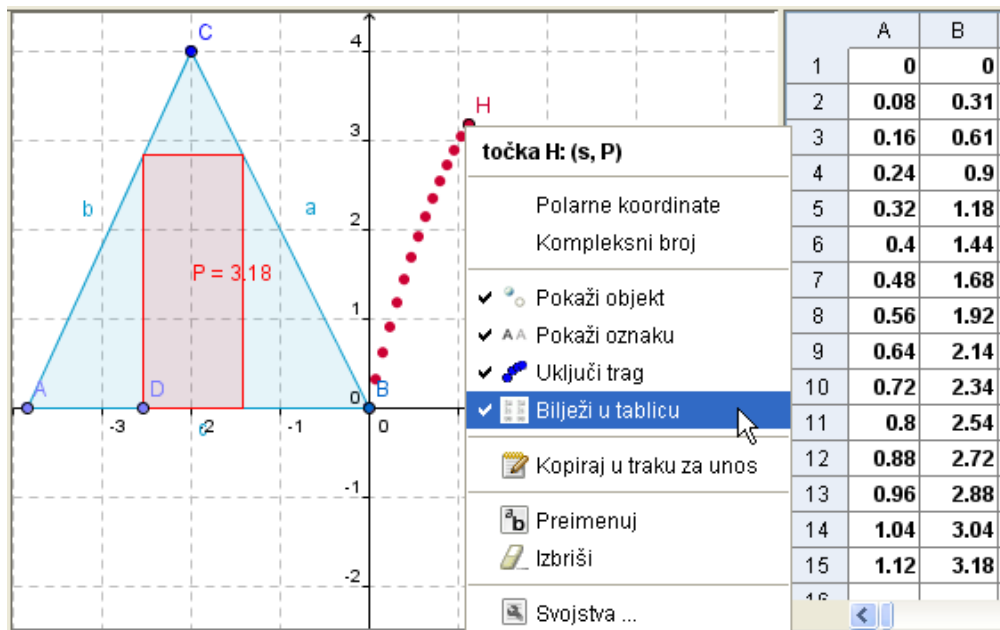
- Iskušajte vrijedi li ovakav način istraživanja razlika dviju uzastopnih vrijednosti za svaki polinom $f(x) = a x^n$.
Savjet: Možete unijeti formula u ćeliju B1 i relativno je kopirati do ćelije B10 kako biste kreirali niz funkcijskih vrijednosti. Nemojte zaboraviti započeti formula sa znakom = (na primjer., = x^2)
- Koje modifikacije je potrebno napraviti u tabličnom prikazu i grafičkom prikazu kako biste odredili koeficijente polinoma $f(x) = a x^n + b$?

Zadatak 3.

Pogledajte sliku s poznatim zadatkom traženja pravokutnika maksimalne površine upisanog u trokut. Desni klik na točku, čija ordinata predstavlja površinu pravokutnika, omogućuje dinamično zapisivanje koordinata te točke dok u konstrukciji izvodimo animaciju. Sada je opet moguće desnim klikom na stupac u proračunskoj tablici izraditi takozvanu *listu objekata* prikazanu u *algebarskom prikazu*:

$L_1 = \{0, 0.31, 0.61, 0.9, 1.18, 1.44, 1.68, 1.92, 2.14, 2.34, 2.54, 2.72, 2.88, 3.04, 3.18, 3.3, 3.42, 3.52, 3.6, 3.68, 3.74, 3.78, 3.81, 3.83, 3.84, 3.83, 3.81, 3.78, 3.73, 3.67, 3.6, 3.51, 3.41, 3.29, 3.17, 3.02, 2.87, 2.7, 2.52\}$.

Nad listom je opet moguće izvršavati naredbe kakva je na primjer $\text{Maksimum}[L_1] = 3.84$.

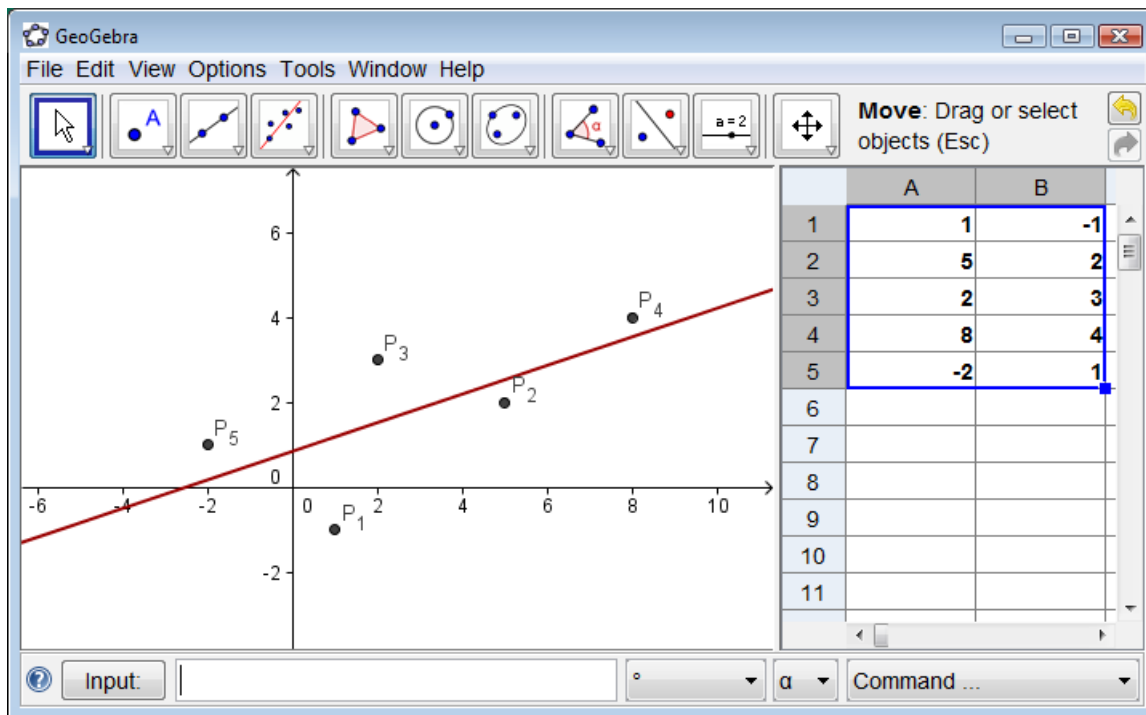




5. Raspršeni graf i pravac regresije

Priprema

- Otvorite novi GeoGebra dokument
- Prikaži *Tablični prikaz* (izbornik *Pogled*)
- Sakrij *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)
- U izborniku *Postavke* postavite *Označavanje samo novih točaka*



Upute

1	Unesite sljedeće vrijednosti u <i>tabličnom prikazu</i> u stupac <i>A</i> : A1: 1 A2: 5 A3: 2 A4: 8 A5: -2
2	Unesite sljedeće vrijednosti u <i>tabličnom prikazu</i> u stupac <i>B</i> : B1: -1 B2: 2 B3: 3 B4: 4 B5: 1
3	<p>Kreirajte raspršeni graf od ovih podataka:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) Koristeći miša označite sve ćelije stupca <i>A</i> i <i>B</i> koje sadrže podatke. (2) Desni klik (MacOS: <i>Ctrl</i>-klik) na jednu od označenih ćelija i odaberite 'Izradi listu točaka' iz skočnog izbornika. <p><u>Napomena:</u> Vrijednosti u stupcu <i>A</i> određuju x-koordinatu, a vrijednosti u stupcu <i>B</i> y-koordinatu ucrtanih točaka.</p>



4		<p>Koristite alat <i>Pravac regresije</i> kako biste kreirali pravac koji najbolje odgovara vašim točkama.</p> <p><u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Pravac regresije</i> i označite sve točke koristeći pravokutnik izbora: kliknite gornji lijevi ugao <i>grafičkog prikaza</i>. Držite lijevu tipku miša i povucite dolje desno kako biste odredili pravokutnik izbora.</p>
5		<p>Promijenite boju i debljinu crte pravca koristeći dijaloški okvir <i>Svojstva</i>.</p>
6		<p>Koristeći ovu konstrukciju možete lako pokazati kako udaljene točke utječu na pravac regresije danog skupa podataka:</p> <p>Pomaknite jednu od točaka mišem i promatrajte kako ta promjena utječe na pravac regresije.</p> <p><u>Savjet:</u> Također možete promijeniti početne podatke u <i>tabličnom prikazu</i>.</p>

Uvoz podataka iz drugih tablica

Napomena: GeoGebra dopušta kopiranje podataka iz drugih tabličnim programa u GeoGebrinu tablicu:

- Označite i kopirajte podatke koje želite uvesti (npr, koristeći tipkovničku kraticu *Ctrl-C* kako biste kopirali podatke u spremnik računala). Napomena: Morate pritisnuti obje tipke (to jest, *Ctrl* i *C*) u isto vrijeme kako biste iskoristili tu tipkovničku kraticu.
- Otvorite prozor GeoGebre i pokažite *tablični prikaz*.
- Kliknite na ćeliju tablice koja će sadržavati prvu vrijednost podataka.
- Zalijepite podatke iz spremnika računala u GeoGebrin *tablični prikaz*. Kako biste to učinili, možete upotrijebiti tipkovničku kraticu *Ctrl-V* ili desni klik (MacOS: *Ctrl-klik*) na označenu ćeliju i odaberite *Zalijepiti* iz skočnog izbornika.

6. Izazov: istraživanje osnovnih statističkih naredbi

Jučer ste dali matematički kviz 25 učenika svog prvog razreda. Nakon kviza ste zamolili učenike da ocjene kviz ocjenama 1 ('jako lagan') do 5 ('jako težak').

- 4 vaša učenika su kviz ocijenila 'jako lagan' (1)
- 6 vaših učenika su kviz ocijenila 'lagan' (2)
- 6 vaših učenika su ocijenila kviz 'težak' (4)
- 1 učenik je ocijenio kviz 'jako težak' (5)
- Ostatak učenika smatraju da je težina kviza bila 'u redu' (3)

Zadatak 1: Kreirajte histogram

Unesite podatke u GeoGebrinu tablicu i kreirajte histogram koji vizualizira ove podatke.


Savjeti:

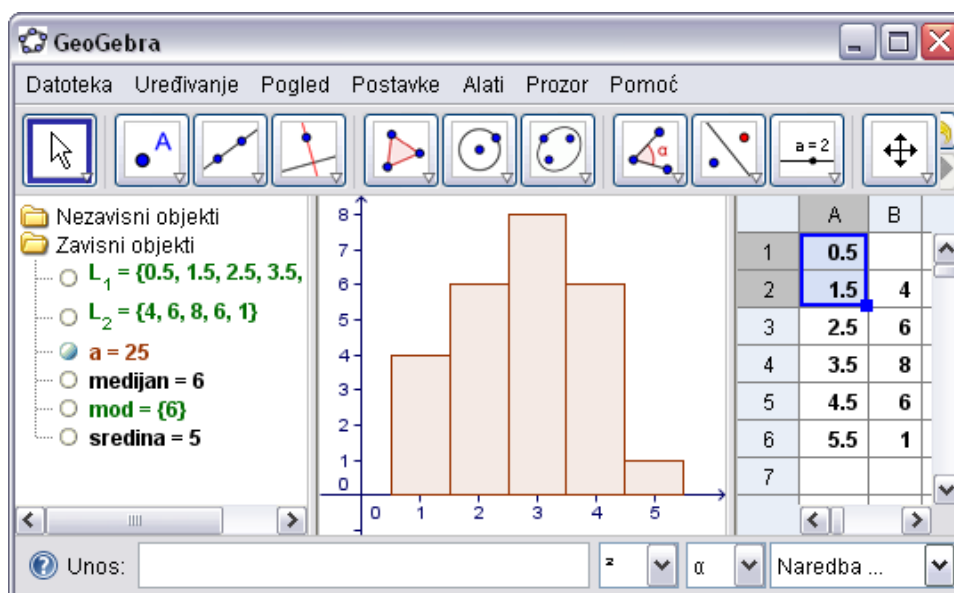
- Ukoliko ne znate kako se koristi naredba *Histogram*, unesite tu naredbu u *traku za unos* i pritisnite funkcijsku tipku *F1*.



- **Napomena:** 'Lista granice razreda' određuje položaj i širinu stupca histograma. Broj učenika koji su dali pojedinu ocjenu određuje visinu stupca histograma.
- Odaberite granice razreda kako bi stvarna ocjena bila prikazana u sredini svakog stupca histograma.
- Morate stvoriti listu podataka svakog pojedinog stupca prije nego koristite naredbu *Histogram*.

Upute

1	U <i>tabličnom prikazu</i> unesite vrijednosti granica razreda u stupac A. Granice biramo tako da je prvi stupac od 0.5 do 1.5 kako bi 1 bilo u sredini stupca histograma, a tako i za ostale stupce (koristite relativno kopiranje). Vidi sliku.
2	Unesite broj učenika koji su dali pojedinu ocjenu (od 1 do 5) u stupac B počevši od ćelije B2 (vidi sliku).
3	Izradite listu granica razreda (podatci u stupcu A). Izradite listu broja učenika (podatci u stupcu B). Savjet: Označite sve podatke jednog stupca i desni klik (MacOS: <i>Ctrl</i> -klik) na jednu od označenih ćelija. Odaberite <i>Izradi listu</i> iz skočnog izbornika.
4	Izradite histogram koristeći <i>Traku za Unos</i> : <code>Histogram[L_1, L_2]</code>
5	 Ako su stupci previsoki, možete promijeniti razmjer y-osi. Odaberite alat <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> . Kliknite na y-os i povucite je prema dolje.



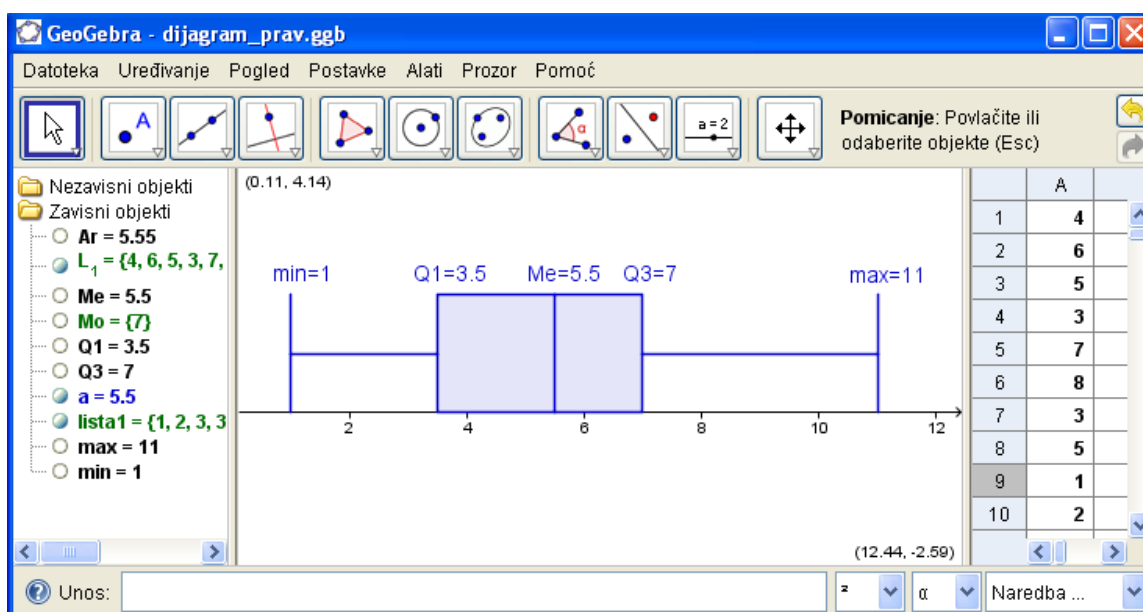


Zadatak 2: Određivanje aritmetičke sredine, medijana i moda

1. Pretpostavite koja će biti vrijednost aritmetičke sredine, medijana i moda vaših podataka.
Savjet: Koristeći naredbu *Sortiraj* možete sortirati listu frekvencija učenika koji su ocijenili kviz u pojedinoj kategoriji.
2. Provjerite svoje pretpostavke koristeći naredbe *AritmetičkaSredina*, *Medijan* i *Mod*

Zadatak 3: Kreirajte dijagram pravokutnika

Dijagram pravokutnika je grafički prikaz raspršenosti niza numeričkih podataka. Medijan (Me) je srednja vrijednost koja uređeni niz podataka dijeli na dva jednako brojna dijela. Srednjih 50% članova nalazi se između donjeg kvartila (oznaka Q1) i gornjeg kvartila (oznaka Q3).






Priprema

- Otvorite novi GeoGebra dokument
- Prikažite *Tablični prikaz* i *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)
- Prikažite samo x-os (izbornik *Postavke* > *Grafički prikaz* > isključi y-os)
- U izborniku *Postavke* postavite *Označavanje samo novih točaka*

Upute

1	U <i>tabličnom prikazu</i> u stupac A unesite dvadesetak numeričkih podataka.
2	Izradite listu svih unesenih podataka iz stupca A.



3	Listu možete sortirati naredbom <code>Sortiraj[L_1]</code> .
4	Izradite dijagram pravokutnika koristeći <i>Traku za Unos</i> : <code>DijagramPravokutnika[1,1,L_1]</code> . <u>Napomena</u> : Sintaksu naredbe <code>DijagramPravokutnika</code> možete dobiti pritiskom na tipku F1.
5	   Upotrijebite alate <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> , kao i <i>Povećanje</i> ili <i>Smanjenje</i> kako biste prilagodili vidljivi dio <i>grafičkog prikaza</i> i time mogli vidjeti dijagram pravokutnika.
6	Da li su medijan, donji i gornji kvartil te granične vrijednosti niza dobro prikazani na dijagramu možete provjeriti naredbama: <code>Me=Medijan[L_1]</code> <code>Q1=Q1[L_1]</code> <code>Q3=Q3[L_1]</code> <code>min=Minimum[L_1]</code> <code>max=Maksimum[L_1]</code> Također se mogu izračunati mod i aritmetička sredina: <code>Mo=Mod[L_1]</code> <code>Ar=AritmetičkaSredina[L_1]</code>
7	U <i>grafički prikaz</i> možete umetnuti dinamički tekst kao što se vidi na slici (npr. " <code>Me=" + Me</code>)
8	Promijenite u tablici neki od podataka i promatrajte kako to utječe na izgled dijagrama pravokutnika te na izračun srednjih vrijednosti.

7. Moćna naredba *Niz*

Uvod u naredbu

Naredba *Niz* proizvodi listu objekata. Uz pomoć te naredbe možemo odrediti vrstu objekta, duljinu niza (broj objekata koji ćemo napraviti), i korak povećanja (npr. udaljenost između objekata) koristeći sljedeću sintaksu:

Niz[<izraz>, <varijabla>, <od>, <do>, <korak povećanja>]

Objašnjenje:

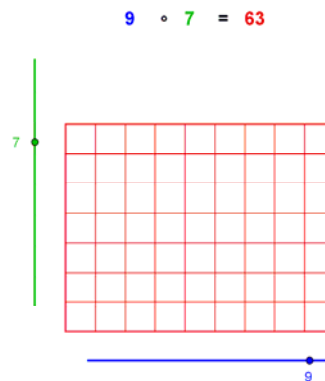
- <izraz>: određuje vrstu objekta koji izrađujemo. Izraz mora sadržavati varijablu (npr. $(i, 0)$ s varijablom i).
- <varijabla>: govori GeoGebri koja se varijabla koristi
- <od>, <do>: određuje interval za varijablu koju koristimo (npr. od 1 do 10)
- <korak povećanja>: nije obavezan, a određuje korak povećanja za varijablu koju koristimo (npr. 0.5)

**Primjer 1.**

Niz[Dužina[($a, 0$), ($0, a$)], $a, 1, 10, 0.5$] Radi listu dužina čije su rubne točke na koordinatnim osima udaljene 0.5



Predočavanje množenja prirodnih brojeva**Priprema**

- Otvorite novu GeoGebra datoteku.
- Sakrijte algebarski prikaz i koordinatne osi (Izbornik Pogled).
- Prikažite traku za unos (Izbornik Pogled).
- U alatnoj traci *Postavke* odaberite
- *Označavanje - samo novih točaka*.



1		Horizontalni klizač <i>Stupci</i> s intervalom od 1 do 10, korakom povećanja 1, i širinom 300
2		Nova točka <i>A</i>
3		Dužina <i>a</i> zadane duljine <i>Stupci</i> iz točke <i>A</i>
4		Odaberite alat <i>Pomicanje</i> , pomičite klizač <i>Stupci</i> i provjerite da li je dužina <i>a</i> zadane duljine
5		Okomica <i>b</i> na dužinu <i>a</i> kroz točku <i>A</i>
6		Okomica <i>c</i> na dužinu <i>a</i> kroz točku <i>B</i>
7		Vertikalni klizač <i>Redci</i> s intervalom od 1 do 10, korakom povećanja 1, i širinom 300
8		Kružnica <i>d</i> sa središtem <i>A</i> i polumjerom <i>Redci</i>
9		Pomičite klizač <i>Redci</i> kako biste provjerili da li je kružnica istog polumjera
10		Sjecište kružnice <i>d</i> s pravcem <i>b</i> dat će nam točke <i>C</i> i <i>D</i>
11		Usporedni pravac <i>e</i> sa dužinom <i>a</i> kroz točku <i>C</i>
12		Sjecište pravaca <i>c</i> i <i>e</i> dat će nam sjecište <i>E</i>
13		Mnogokut <i>ABEC</i>
14		Sakrijte sve pravce, kružnicu <i>d</i> , dužinu <i>a</i> i točku <i>D</i>
15		Sakrijte oznake dužina
16		Postavite oba klizača <i>Stupci</i> i <i>Redci</i> na vrijednost 10.



		Napravite listu vertikalnih dužina $\text{Niz}[\text{Dužina}[A+i(1, 0), C+i(1, 0)], i, 1, \text{Stupci}]$
		<u>Napomena:</u> $A + i(1, 0)$ određuje niz točaka, s početnom točkom A , međusobno udaljenih za 1
17		$C + i(1, 0)$ određuje niz točaka, s početnom točkom C , međusobno udaljenih za 1 $\text{Dužina}[A + i(1, 0), C + i(1, 0)]$ stvara niz dužina između parova ovih točaka. Uočite, krajnje točke ovih dužina nisu prikazane u grafičkom prikazu. Klizač Stupci određuje broj kreiranih dužina.
18		Napravite niz horizontalnih dužina $\text{Niz}[\text{Dužina}[A+i(0, 1), B+i(0, 1)], i, 1, \text{Redci}]$
19		Pomičite klizače Stupci i Redci kako biste provjerili konstrukciju. Umetnite statični i dinamični tekst kako biste predočili množenje, pri čemu će nam vrijednosti klizača Stupci i Redci predstavljati faktore:
20	ABC	tekst1: Stupci tekst2: * tekst3: Redci tekst4: =
21		Izračunajte <i>rezultat</i> množenja: $\text{rezultat} = \text{Stupci} * \text{Redci}$
22	ABC	Umetnite dinamični tekst5: rezultat
23		Sakrijte točke A, B, E i C
24		Uredite svoju konstrukciju koristeći izbornik <i>Svojstva</i> .