

Željka Bjelanović Dijanić, prof. mentor  
prof. matematike i informatike  
Srednja škola Čazma  
[zeljka.bjelanovic@bj.t-com.hr](mailto:zeljka.bjelanovic@bj.t-com.hr)

## Učenje istraživanjem u java apletima prema modelu Georgea Polya

"To što ste bili prisiljeni sami otkriti, u vašem umu otvara put kojim se možete ponovno koristiti kada se za to ukaže potreba." (Lichtenberg, prema Polya: Matematičko otkriće).

Jedan od najvažnijih ciljeva poučavanja matematike je naučiti učenike misliti, osposobiti ih za rješavanje problema u budućem životu. Uloga nastavnika matematike kao izvora informacija znatno je manja u odnosu na ulogu nastavnika koji će voditi i usmjeravati učenike na putu stjecanja novih znanja. Jer znanje se ne može prenositi linearno od nastavnika prema učeniku, učenik se mora aktivno uključiti u nastavni proces te samostalnim radom doći do vlastitih spoznaja. Za takav pristup zalaže se teorija konstruktivizma po kojoj učenik vlastitom aktivnošću "konstruira" svoje znanje na temelju vlastitog iskustva. A uloga nastavnika je da oblikuje okolinu za učenje, odabere prikladne sadržaje te potakne i usmjerava učenike da samostalno otkrivaju nove pojmove, načela i zakone u sadržajima koje uče.

Učenje otkrivanjem (*discovery learning*) i istraživački usmjerena nastava (*inquiry based learning*) su modeli nastave koji odgovaraju na gore postavljene zahtjeve. Učenje otkrivanjem je iskustveno učenje koje se odvija u stvarnosti ili se koristi simulacija. U nastavi matematike korištenje simulacije je vrlo jednostavno. Ako u učionici imate računalo spojeno na internet, web je krcat java apletima i sigurno se može naći nešto što bi vam odgovaralo. Ako pak nemate internet, možete imati Geogebra – program dinamične geometrije koji je besplatan, preveden na hrvatski, lako se savlada jer je svakim danom u Hrvatskoj i svijetu sve više materijala, od radionica, preko stručnih članaka (Miš) do gotovih primjera na Geogebra Wiki ([www.geogebra.org/en/wiki](http://www.geogebra.org/en/wiki)) i u Riznici matematičkih apleta (<http://apleti.normala.hr>) koji se slobodno mogu mijenjati te prilagođavati potrebama vaše nastave.

Dakle, moderna tehnologija pruža nam virtualno okruženje za istraživanje, a učenje otkrivanjem biti će uspješnije ako učenici posjeduju predznanje nužno za praćenje novih sadržaja te imaju iskustva u ovakvom načinu učenja. Istraživački usmjerena nastava omogućava učenicima da samostalno otkriju smisao i važnost informacija što će ih dovesti do zaključka ili razmišljanja o novostečenom znanju. Kako se na tom putu ne bi izgubili ili zalutali, vodi ih se kroz nekoliko koraka (vođeno učenje otkrivanjem):

1. uočavanje i definiranje problema,
2. određivanje plana i metoda istraživanja,
3. prikupljanje podataka, postavljanje pretpostavke,
4. analiziranje podataka, opovrgavanje ili potvrđivanje pretpostavke,
5. zaključak, odnosno primjena rezultata.

U knjizi "*Kako riješiti matematički zadatak?*" mađarski matematičar George Polya opisuje model rješavanja problema u matematici koji se sastoji od četiri koraka:

1. razumijevanje problema (SEE),
2. donošenje plana (PLAN),
3. izvođenje plana (DO),
4. pogled unatrag (CHECK).

Možemo uočiti kako se istraživački usmjerena nastava izvrsno uklapa u Polya-in model rješavanja problema. Karadag i McDougall napravili su još jedan korak dalje, Polya-in koncept ugradili su u Geogebra dinamično okruženje za učenje (*dynamic learning environment*). Geogebra se zbog mogućnosti dinamičnog prikaza te interaktivnosti matematičkih objekata u nastavi koristi za objašnjavanje, istraživanje i modeliranje matematičkih koncepata te njihovih međusobnih odnosa. Iako se u ovom radu bavim istraživanjem u nastavi matematike, zbog ostalih

mogućnosti korištenja dinamičnog virtualnog okruženja Geogebra, donosim cijelu tablicu Karadaga i McDougalla [5]:

	<b>objasniti (explaining)</b>	<b>istražiti (exploring)</b>	<b>modelirati (modelling)</b>
razumijevanje problema	opisati zadane podatke, što je nepoznato	osigurati radni materijal za učenike, navesti učenike da istraže problem, voditi učenike da utvrde što je nepoznato	ponuditi poučak kojeg treba istražiti, utvrditi zadane podatke, opisati nepoznato
donošenje plana	postoji li veza među varijablama, izložiti strategiju	pitati učenike za vezu među varijablama, voditi učenike u kreiranju strategije	kreirati matematičke objekte, analizirati veze među objektima
izvođenje plana	sakupiti nove podatke manipulirajući matematičkim objektima kako bi se došlo do rješenja, postaviti vođena pitanja	voditi učenike kroz interakciju matematičkih objekata da sakupe još podataka, voditi učenike da uoče zakonitosti na temelju prikupljenih podataka	manipulirati objektima kako bi provjerili valjanost konstrukcije, postaviti pretpostavku, testirati pretpostavku
pogled unatrag	ponoviti postupak postaviti pitanja što-ako	poticati učenike da mijenjaju početni problem, poticati učenike da postavljaju što-ako pitanja	promijeniti varijable, osmisliti problem koji opisuje trenutno stanje, postaviti novi problem

Nakon teorijske podloge slijede primjeri. Na mrežnim stranicama *Interaktivne matematike* udruge Normala ([www.normala.hr/interaktivna\\_matematika](http://www.normala.hr/interaktivna_matematika)) nalazi se nekoliko izuzetno kvalitetnih digitalnih obrazovnih materijala namijenjenih samostalnom radu učenika pri učenju istraživanjem. Svaki materijal kreiran je od desetak i više java apleta. U svom predavanju pokazat ću *Transformacije grafova krivulja i funkcija*, opsežno djelo naših kolega Sanje Grabusin, Milana Kabića, Ele Rac Marinić Kragić te Šime Šuljića, a pri analizi apleta voditi se Polya-inim modelom rješavanja problema.

### Literatura:

- [1] Carnet, Metodika i komunikacija e-obrazovanja, [www.carnet.hr/referalni/obrazovni/mkod/pedagogijkonstr.html](http://www.carnet.hr/referalni/obrazovni/mkod/pedagogijkonstr.html)
- [2] George Polya, [www.mathgym.com.au/htdocs/polyab.htm](http://www.mathgym.com.au/htdocs/polyab.htm)
- [3] Inquiry-based Learning, <http://www.worksheetlibrary.com/teachingtips/inquiry.html>
- [4] Kabić M. (2009), *Transformacije grafova funkcija i krivulja*. Matematika i škola, god XI, br 51, str. 38-44.
- [5] Karadag, Z., McDougall, D. (2009), *Dynamic worksheets: visual learning with guidance of Polya*. MSOR Connections, vol 9, no 2, [http://mathstore.ac.uk/headocs/9213\\_karadag\\_z\\_and\\_mcdougall\\_d\\_polya.pdf](http://mathstore.ac.uk/headocs/9213_karadag_z_and_mcdougall_d_polya.pdf)
- [6] Polya, G. (2003), *Matematičko otkriće*, Zagreb, HMD